Questão 01

Discorra sobre a análise em frequência de processos e diagrama de Bode e Nyquist.

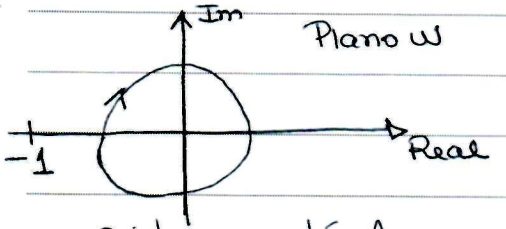
POLIANA PASTORELE DA SILVA QUIRINO

A análise em frequência de processos nos permite analisar a resposta do processo, diante de uma dada entrada senoidal, a exemplo de uma função seno ou cosseno. Através dessa análise é possível verificar o ganho de amplitude, ou seja o módulo da função, e o ângulo de defasagem, de acordo com a variação da frequência ω. Com base nessa análise poderemos extrair informações que nos auxiliam em projetos de controle, bem como no entendimento do processo em estudo. A técnica da análise em frequência pode ser realizada através do diagrama de Bode, desenvolvido por Hendrik Bode, e por diagrama polar de Nyquist.

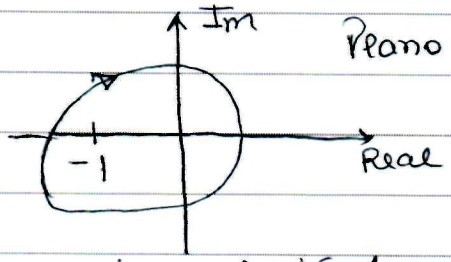
O diagrama de Bode consiste na análise gráfica de dois gráficos, um que descreve o módulo de $G(j\omega)$, em dB (decibel), em função da variação da frequência em escala logaritímica, e o outro descreve a fase de $G(j\omega)$, também em função da variação da frequência em escala logaritímica. Esta escala logaritímica permite a análise do processo em uma ampla faixa de variação da frequência. A fase de $G(j\omega)$ ($\angle G(j\omega)$) é comumente fornecida em graus.

Convém salientar que a técnica da análise em Frequência, por meio do diagrama de Bode ou de Nyquist é voltada para a análise de processos lineares ou que podem ser aproximados a uma função linear, através de técnicas, por exemplo, de linearização, com uso da expansão em série de taylor.

O diagrama de Nyquist é um diagrama polar onde é traçada uma trajetória, à medida que a frequência é variada de 0 até $+\infty$. Cada ponto dessa trajetória vai indicar um determinado módulo, $|G(j\omega)|$, e uma dada fase, $\angle G(j\omega)$. A partir dessa trajetória, é possível verificar se o sistema é estável ou não, a depender se a trajetória envolverá o -1 no plano em análise:

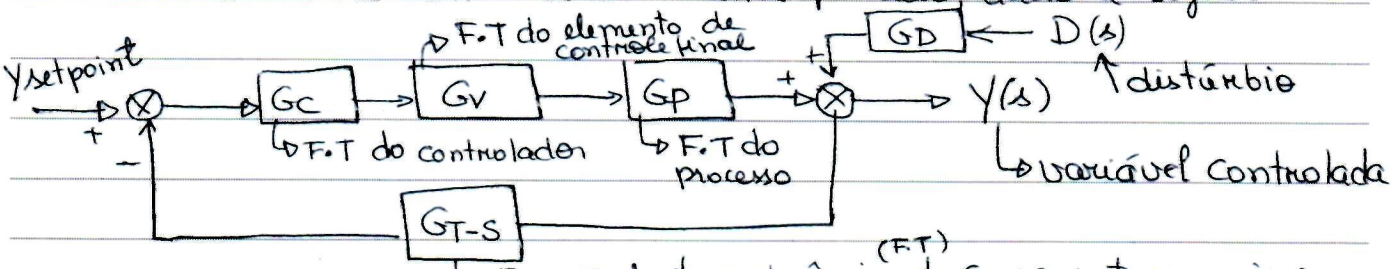


Sistema estável, pois a trajetória não envolveu o -1.



Sistema instável, pois a trajetória envolveu o -1.

O valor de -1 é explicado com base no diagrama de blocos de um sistema de controle em malha fechada, dado a seguir:



$$Y(s) = \frac{G_c \cdot G_v G_p}{1 + G_c G_v G_p G_{T\text{-}S}} Y(s) + \frac{G_D}{1 + G_c G_v G_p G_{T\text{-}S}} D(s)$$

onde G_D é a função de transferência do distúrbio.

→ Com base nessa equação, denominada equação característica: $1 + G_c G_v G_p G_{T\text{-}S} = 0$, podemos saber os pólos da função de transferência de malha fechada e assim determinar a estabilidade do sistema de controle. Para que o sistema seja estável, todos os pólos necessariamente devem ser negativos (pólos reais negativos ou números complexos com parte real negativa.

Como no diagrama polar de Nyquist, analisamos a função de transferência de malha aberta (FTMA):

$$\underbrace{1 + G_c G_v G_p G_{T\text{-}S}}_{\text{F.T MA}}$$

Então deveremos rebater o -1 da equação característica, no gráfico (diagrama polar) e ao invés de analisar o número de envoltórias na origem, avaliamos o número de envoltórias em -1, a fim de analisar a estabilidade do sistema.

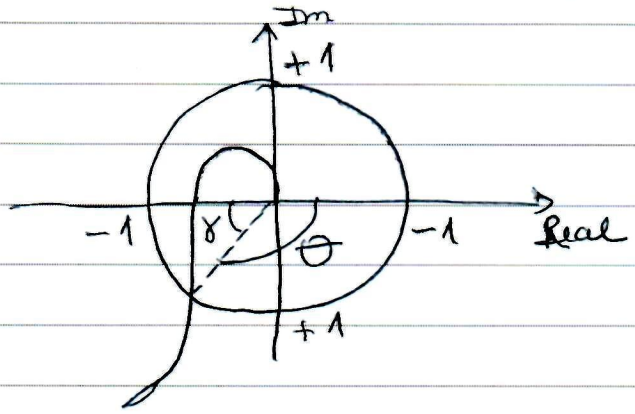
O diagrama de Nyquist tem como vantagem também avaliar o grau de estabilidade do sistema, à medida que alteramos o ganho do controlador. Dessa forma, podemos saber o quão próximo/afastado estamos do limiar de

estabilidade. Isso é possível a partir do cálculo das margens de ganho e de fase do processo. Quanto maiores essas margens, maior a "folga" que teremos em relação à região de instabilidade, a qual deve ser evitada.

Quanto mais próximos estivermos no diagrama polar de -1, mais crítico é, pois estamos mais próximos da região de instabilidade.

A margem de ganho é o recíproco do módulo $|G(j\omega)|$ na frequência de cruzamento de fase, enquanto que a margem de fase é dado por $\gamma = 180° + \theta$, tendo em vista a frequência de cruzamento de ganho.

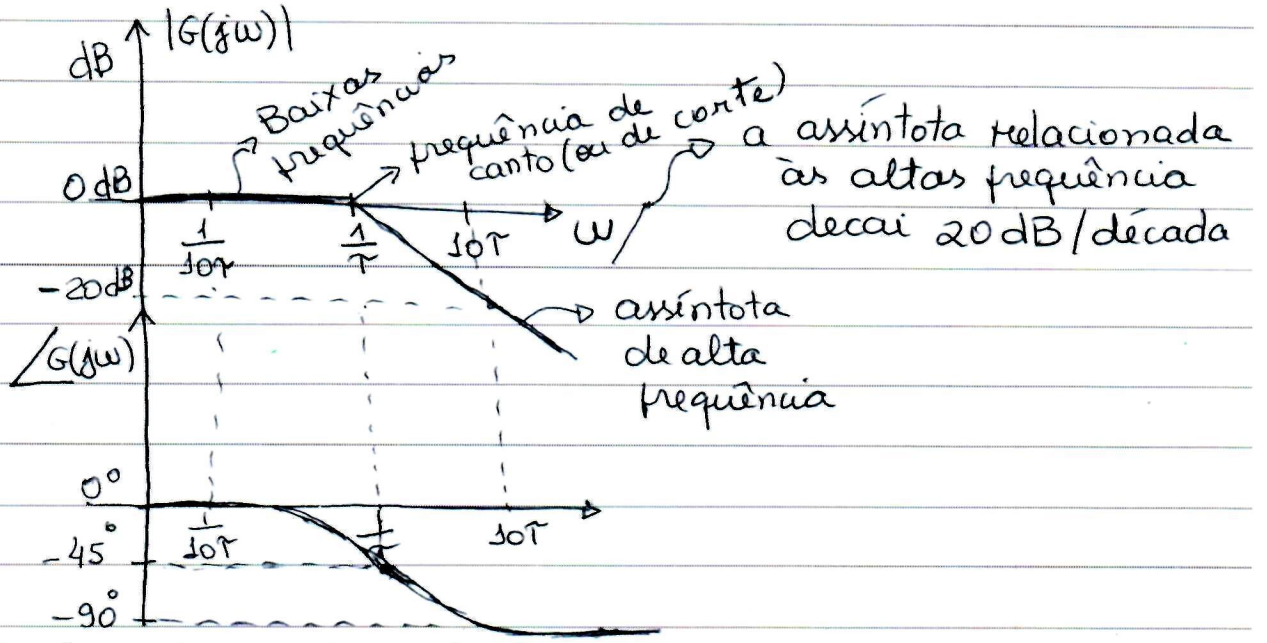
$$MG = \frac{1}{|G(j\omega)|}$$ → Função de transferência de malha aberta.



Em relação aos diagramas de Bode, de módulo e de fase, nós podemos construí-los, de acordo com a função de transferência de malha aberta em estudo, colocando inicialmente esta função de transferência em termos de fatores básicos, após substituir s, da transformada de Laplace, por $j\omega$. Com base nesses fatores básicos (integrativos $-\frac{1}{(j\omega)^n}$; derivativos $(j\omega)^n$; de 1ª ordem do tipo $\frac{1}{(\tau j\omega + 1)}$ ou $(\tau j\omega + 1)$; ou de 2ª ordem do tipo $\frac{1}{\tau^2(j\omega)^2 + 2\tau\xi(j\omega) + 1}$ ou $\tau^2(j\omega)^2 + 2\tau\xi(j\omega) + 1$) serão calculados os módulos $|G(j\omega)|$ e os ângulos de fase $\angle G(j\omega)$ para diferentes frequências analisadas.

CONTINUA NA PRÓXIMA PÁGINA →

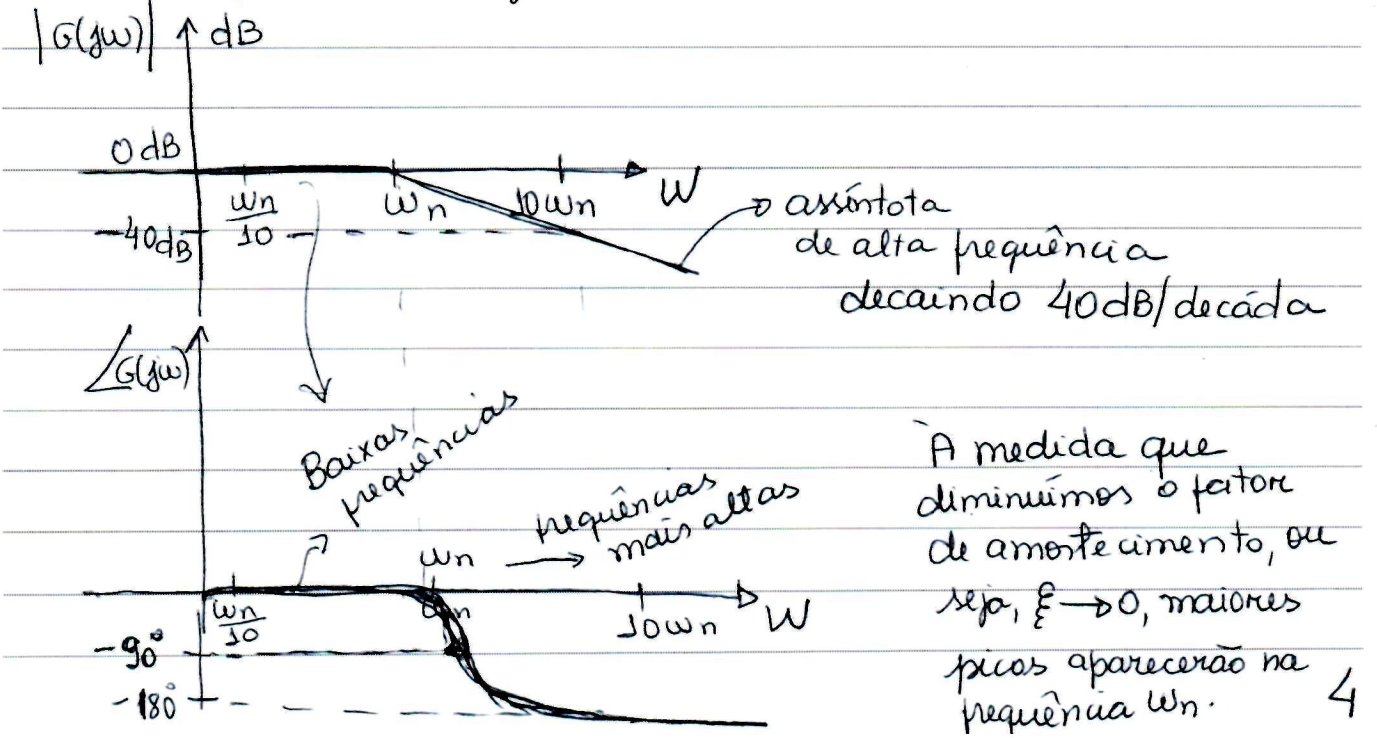
Caso tenhamos um sistema de 1ª ordem do tipo $\frac{1}{\tau j\omega + 1}$, por exemplo, teremos os seguintes gráficos:



Na frequência de corte temos os maiores desvios, de cerca de 3dB. Pode-se perceber que este sistema de 1ª ordem, como a maioria dos sistemas físicos investigados na indústria, são sistemas passa baixa, pois deixa passar baixas frequências e atenua as frequências mais altas.

Gráficos semelhantes seriam encontrados se o sistema fosse $\tau j\omega + 1$, no entanto rebatido para cima, ou seja, ao invés de decair 20dB/decáda, iria aumentar 20dB/decada e o ângulo de fase, de modo analógo, seria $+45°$ na frequência de corte e tenderia a $+90°$ em frequências mais elevadas.

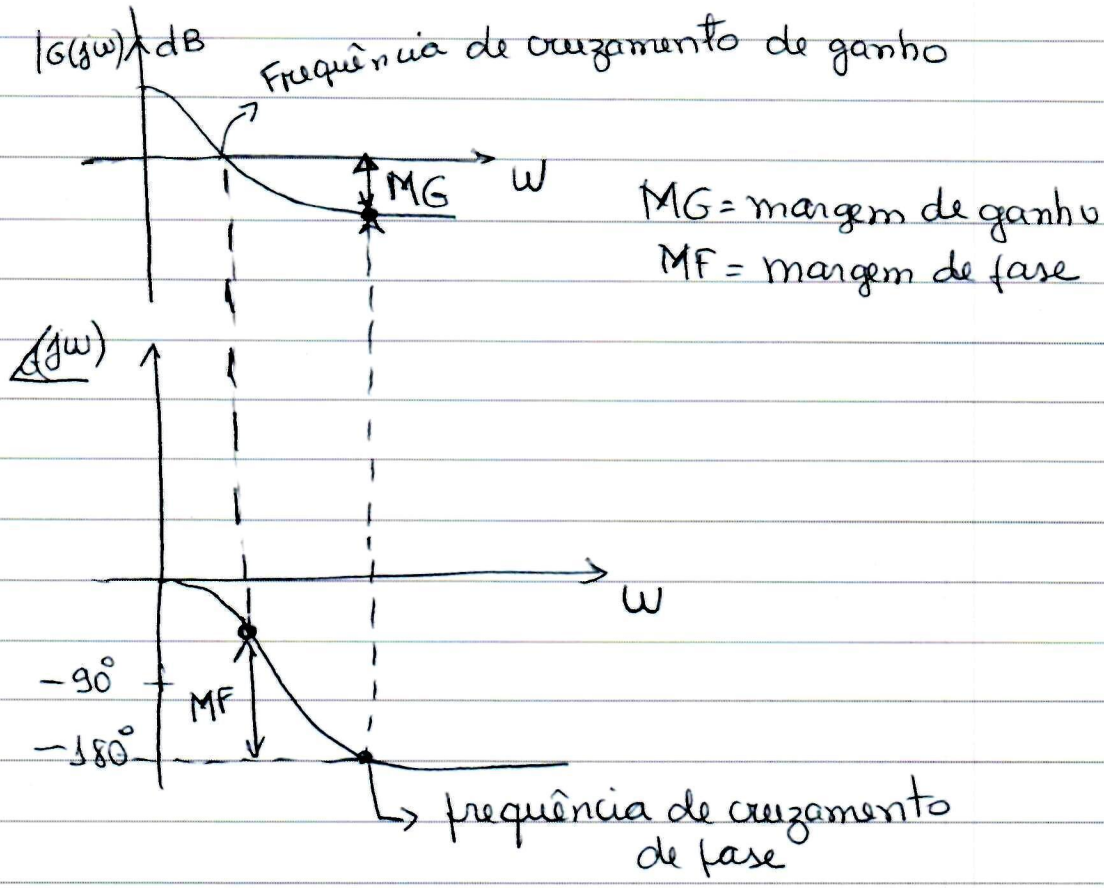
O sistema de segunda ordem é descrito como:



A medida que diminuímos o fator de amortecimento, ou seja, $\xi \to 0$, maiores picos aparecerão na frequência ω_n.

Podemos também visualizar graficamente as margens de ganho e fase no diagrama de Bode e assim determinar a estabilidade do sistema em análise.

Ex:



Como a margem de ganho está abaixo da abcissa no diagrama de módulo, $|G(jw)|$, e a margem de fase encontra-se acima de $-180°$, então tanto a margem de ganho quanto de fase são positivas, indicando que é um sistema estável. Caso verificássemos o contrário do exposto na figura; ou seja, MG acima do eixo da abcissa e MF abaixo de $-180°$ no gráfico, constataríamos que é um sistema instável.

Questão 2

Discorra sobre a identificação experimental de processos e métodos de estimação de parâmetros

Para compreendermos melhor sobre a identificação experimental de processos, inicialmente deveremos abordar sobre os modelos matemáticos de processos. Tais modelos podem ser fenomenológicos ou empíricos. Os modelos fenomenológicos são baseados em princípios físicos, químicos e, em geral, são construídos a partir de balanços de massa, energia e quantidade de movimento. Os modelos empíricos são baseados em experimentações e com base nessas experimentações são obtidas equações que descrevem uma determinada grandeza em função de outras variáveis. Um exemplo disso pode ser visto quando desejamos analisar o comportamento de alguma variável de saída do processo em função de alguma outra variável de entrada. Ex: análise de uma dada propriedade polimérica em função da temperatura de alimentação de uma corrente em um reator.

Algumas perturbações do tipo degrau, por exemplo, podem ser dadas na variável de entrada que desejamos investigar. Tais perturbações devem ser de diferentes magnitudes, como $\pm 5\%$, $\pm 10\%$, $\pm 7{,}5\%$ e para cada uma dessas perturbações, verificamos o comportamento da variável de saída. Deveremos escolher a perturbação, analisando que essa perturbação não deve ser pequena demais, a ponto de não fazer com que a variável de saída varie, nem grande demais, a ponto das não-linearidades interferirem no procedimento de identificação.

Geralmente, esse procedimento descrito acima é ~~utilizamos~~ utilizado na identificação das funções de transferência, as quais fornecem as relações lineares entre uma saída e uma entrada.

Um grupo, dentre as perturbações executadas, é escolhido para a estimação dos parâmetros da função de transferência; a exemplo da perturbação de -5% na variável de entrada. Com base na resposta obtida, são calculados os parâmetros

que definem o processo (ganho de estado estacionário, constante de tempo, tempo morto, ordem do sistema, resposta inversa). As demais perturbações de +5%, ±7,5% e ±10% podem ser utilizadas na etapa da validação; onde se verifica se a função de transferência identificada é satisfatória para toda a faixa de operação investigada. Caso não seja válida para a faixa considerada, uma nova função de transferência deverá ser identificada.

O procedimento de identificação das funções de transferência pode ser realizado com o uso do Matlab, através da função idproc. A estimação de parâmetros nada mais é do que a solução de um problema de otimização, onde são fornecidos os valores iniciais para os parâmetros da função de transferência, os quais são obtidos com o uso do conjunto de dados de estimação. O programa então gera funções de transferência "ótimas" para aquele conjunto de dados. A função de transferência será considerada válida se resultar em baixos desvios, quando comparadas as respostas obtidas por este modelo linear e com os dados experimentais.

Questão 3

Discorra sobre a resolução de equações algébrico-diferenciais ordinárias e parciais aplicadas aos processos químicos.

Os processos químicos podem ser estudados através de diferentes caminhos: com o uso de protótipos, da aplicação de testes na planta, bem como por meio da modelagem matemática. Este último caminho é o mais utilizado, visto que geralmente plantas em escala piloto são bastante custosas, além de que testes na planta são muito demorados e envolvem também custos altos. Modelar um dado processo é, portanto, representar uma planta, ou até mesmo um único equipamento, com por exemplo, um trocador de calor ou um reator, por meio de equações. Cada uma dessas equações descreve uma determinada grandeza. A depender da complexidade da planta, teremos um conjunto com poucas equações ou muitas equações. Tais equações são formadas por balanços de massa (global, por componentes), de energia e quantidade de movimento. Além dessas equações, comumente estão associadas outras equações constitutivas, como equações de taxa cinética, equações que descrevem os fenômenos de condução, convecção, radiação, bem como outras que descrevem propriedades físicas, etc.

A depender desse conjunto de equações, teremos um modelo linear, não-linear, que é somente composto por equações diferenciais ordinárias, ou constituído também por equações algébricas, ou até mesmo, é descrito por sistema de equações diferenciais parciais. A análise ~~do modelo~~ das características do modelo é fundamental, portanto, pois com base nisso é selecionado o melhor método numérico para a sua solução.

(EDO)

Teremos um sistema de equação diferencial ordinária, se na formulação das equações, desejamos investigar as grandezas como uma função de apenas uma variável independente, comumente o tempo. Caso, a grandeza investigada

seja função de mais de uma variável independente, como por exemplo, o tempo e o comprimento de um reator, então teremos um sistema diferencial parcial.

Caso o modelo seja composto por equações algébricas e por equações diferenciais ordinárias, então o modelo será caracterizado como algébrico-diferencial ordinário. De modo analógo, se o modelo é composto por equações algébricas e por equações diferenciais parciais, então teremos um sistema algébrico diferencial parcial.

As equações algébrico diferenciais parciais são mais complexas de serem resolvidas, quando comparadas às ordinárias. Muitos métodos numéricos têm sido desenvolvidos para a resolução dessas equações diferenciais parciais, dentre eles um dos mais comumente utilizados é o método das diferenças finitas. Neste método, o conjunto de equações diferenciais parciais é discretizado, transformando-se em um conjunto de equações diferenciais ordinárias. Diferentes formas de discretização podem ser utilizadas: diferenças finitas progressivas, regressivas e centradas. Esta última costuma apresentar resultados mais precisos, no entanto, as outras duas são bastante utilizadas. Elas podem ser descritas por:

onde Δx: é o tamanho do elemento finito

$$\frac{df(x)}{dx} = \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x} \quad ; \quad \frac{df(x)}{dx} = \frac{f(x) - f(x-\Delta x)}{\Delta x} \quad ; \quad \frac{df(x)}{dx} = \frac{f(x+\Delta x) - f(x-\Delta x)}{2\Delta x}$$

↳ Diferenças centradas

Outro problema a ser observado é se o sistema algébrico diferencial caracteriza-se como um sistema rígido, no qual o processo possui dinâmicas bastante diferentes. Esse tipo de problema é visto, por exemplo, em reformadores, nos quais as reações de reforma se processam em reatores tubulares e absorvem calor da fornalha. As reações de reforma são bem mais lentas do que as reações de combustão na fornalha, as quais se processam quase instantaneamente. Essa diferença na dinâmica dentro do reator e na fornalha gera um sistema algébrico diferencial rígido, que para ser solucionado re-

quer a escolha de um método numérico robusto e eficiente, que solucione o conjunto de equações, sem ter tanta instabilidade numérica, ~~ao passo que, garanta um~~ e com menor esforço computacional.

Última folha